

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

17 Settembre 2019

Testo¹ C

[1] Determinare gli elementi dei seguenti insiemi:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : z^3 - 6iz^2 - 12z + 12i = 0\},$$

$$B = \left\{z \in \mathbb{C} : \frac{z+3-i}{\bar{z}-1+i} - \frac{z-1-i}{\bar{z}+3+i} = 2\sqrt{3}\right\},$$

$$C = \{z \in \mathbb{C} : \bar{z}^5 - |z|^5 = 0\}.$$

- [2] (i) Enunciare e dimostrare compiutamente il criterio del rapporto per le serie numeriche.
(ii) Scrivere lo sviluppo di Mac Laurin di ordine $n \in \mathbb{N}$ della funzione $f(x) = \sin x$ con il resto nella forma di Lagrange.
(iii) Enunciare e dimostrare che se $f \in C^0([a, b])$ allora la sua funzione integrale è derivabile in $[a, b)$.
(iv) Sia $p(\lambda) = (\lambda^2 - 1)^2$. Fornire l'equazione differenziale omogenea a coefficienti costanti di cui $p(\lambda)$ sia il polinomio caratteristico.

[3] Verificare se le seguenti funzioni sono di classe C^1 nel loro dominio:

$$f(x) = \log_4 |x+4|, \quad g(x) = \sqrt[5]{e - e^{9x^2-8}},$$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2(x+4)}{x+4} & , \quad x > -4 \\ -\frac{1}{2}(x^2 + 6x + 8) & , \quad x \leq -4. \end{cases}$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore.